

发现学习！自主建构！提升素养

——以“平面与平面垂直的性质定理”为例

王！娜！（江苏省苏州工业园区星海实验中学！215124）

！！与传统的学习形式相比，发现学习注重建构而不是接受，主张以小组为单位，团队合作，以探究作为主要方式，让学生亲自参与所学知识体系的建构，自主发现，自主成长！学生能够领悟定理教学中所蕴含的数学思想方法，形成理解和分析问题的学科思维能力是数学核心素养形成的最高表现^[1]。因此，数学定理的教学要以学生为本，在教师的引导下开展发现学习，在创造、建构、合作、发现的过程中，培养直觉思维和内在机制，提升学生的数学核心素养！

笔者于2021年5月参加了苏州市高中数学优质课的比赛，课题为人教A版“8.6.3 面面垂直的性质定理”（第一课时）。下面以发现学习为导引，呈现本节课的教学过程。

！！ 教学内容简介

“平面与平面垂直的性质定理”是人教A版第八章第六节中的内容，是直线与平面位置关系中的最后一节。此时学生的知识积累、解决问题的方法都比较丰富，所以本节内容充分类比直线与平面垂直性质定理的研究方法，借助创设的辅助线和面，通过特殊位置关系的研究获取性质定理和结论！本节课的重

点是平面与平面垂直性质定理的发现与探索过程，难点是研究图形几何性质的一般思路和方法！

)！ 教学内容预设

本节课设置了学生感兴趣的生活情境——《山河令》主题演唱会的舞台实景图，让学生直观感知情境中所蕴含的数学问题，通过小组合作研究，抽象出数学模型，提出猜想并严谨论证，培养学生自主探究、团队合作的能力！类比直线与平面垂直性质定理的研究方法，通过直观感知、操作确认、推理证明，获得平面与平面垂直的性质定理，享受由具体实例的直观感受与逻辑推理的严谨论证所带来的数学之美！

+！ 教学过程

+！！ 设置情境——复习中引入

问题！！前面我们学习了线面垂直的性质定

师:很好,以上就是线面垂直性质的探究方法!

设计意图!复习直线与平面垂直的性质的研究过程,强化研究方法,让学生体会研究线面的平行、垂直的判定定理与性质定理,就是研究元素由少到多、由简单到复杂的过程!类比研究的过程和方法,为学生探究面面垂直的性质做好铺垫!

问题)!上节课我们已经学习了面面垂直的判定定理

师：非常好！小组 1 的同学借助背景面中不同方向的光线，研究出与地面的位置关系！从实际模型中抽象出具体的数学问题，猜想后给出了严谨的论证（此时教室里响起了掌声）！这就是平面与平面垂直的性质定理，请同学们分别用文字语言、图形语言、符号语言来表示！

设计意图！通过三种语言的转换，帮助学生更好地理解性质定理，培养抽象概括的能力！

（板书）用三种语言表示平面与平面垂直的性质定理！

小组 2 成果展示：

生：性质定理中，在一个平面内作交线的垂线，垂直于另一个平面！我们小组想问：如果背景面中射出的光线垂直于地面，该光线是否一定在背景面中？也就是说，经过一个平面内的一个点作另一个平面的垂线，是否在第一个平面内？

师：你能将上述问题抽象为数学问题吗？

生：如果两个平面 α 和 β 互相垂直，对于平面 α 内的点 P ，如果过点 P 向平面 β 作垂线”，那么直线”与点 P 所在的平面 α 有什么位置关系？

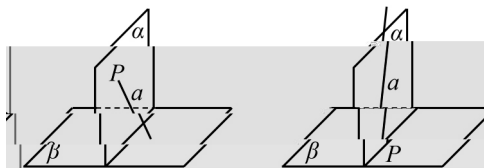


图 8！！！！！！！！ 图 9

猜想：如果两个平面垂直，那么经过第一个平面内的一点作垂直于第二个平面的直线，该直线在第一个平面内！

师（追问）：猜想的条件和结论分别是什么？能否用符号语言表示出来？能否证明？

设计意图！类比性质定理的研究历程，结合图形（图 8、图 9），把猜想的条件和结论用符号表示出来，强化三种语言的相互转化，再通过小组合作探究，培养学生严谨的逻辑思维能力！

师（追问）：经过一点有几条直线与已知平面垂直？

师：我们知道，过一点有且只有一条直线与已知平面垂直，所以若过一点有两条直线与平面垂直，那么这两条直线重合！

以小组为单位继续讨论，教师巡视之后投影两位学生的书写过程，整理如下：

条件： $\alpha \perp \beta, P \in \alpha, P \in \beta, l \perp \beta$ ！

结论： $l \subset \alpha$ ！

生 1 的证明过程如下：

证明：如图 10，设 $\alpha \perp \beta$ ，过点 P 在平面 α 内

作 $l \perp \beta$ ！

因为两个平面

旋转,与平面 α 的关系不确定!

师:说得很好!通过举反例,说明该猜想是错误的,即当直线 $l \perp \beta$ 时,由于 l 是可以旋转的,所以并不能确定与平面 α 的关系!

设计意图! 探究的过程,不仅仅是发现新性质的过程,也是一个发现错误、找到思维漏洞以及提升思维严谨性的过程!在相互讨论中进行思维的碰撞,在反例教学中培养思维的严谨性!

+!+! 演练提升 —— 思考中深化

例题! 如图14,已知 $l \perp \beta$,平面 $\beta \perp \gamma$,平面 $\beta \perp \alpha$,求: $l \perp \alpha$!

设计意图! 使用性质定理的关键是在一个平面内找到或作出交线的垂线,同时引导学生体会面面垂直、线面垂直、线线垂直的相互转化,掌握研究直线、平面位置关系的重要方法 —— 转化法!

+!&! 课堂小结 —— 回顾中提炼

(1) 知识框架

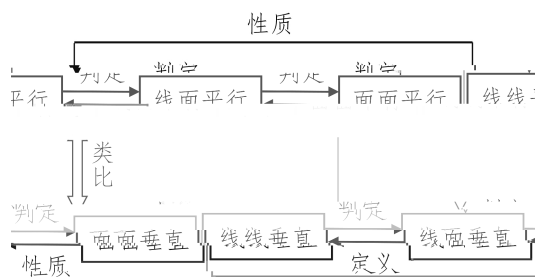


图 15

(2) 思想方法:分类讨论、类比、转化与化归!

设计意图! 通过小结,回顾本课所学知识以及本章的知识框架,掌握线线、线面、面面位置关系之间的相互转化,培养学生反思和总结的意识和习惯,体会立体几何研究的内容和方法,同时也帮助学生将所学知识系统化、结构化,掌握学习方法!

+!+! 课后拓展 —— 类比中研究

师:类比线面垂直性质定理的探究历程,我们研究了面面垂直的性质定理及结论,请同学们课后思考并探究:两个平面垂直,如果将问题3中的直线换成平面,当第三个平面与已知两平面具有特殊位置关系,即平行或垂直时,又能得到哪些结论?

学生课后探究成果如下:

成果1:如图16,已知平面 α, β, γ ,且 $\alpha \perp \beta, \gamma \perp \alpha$,则 $\gamma \perp \beta$!

成果2:如图17,已知平面 α, β, γ ,且 $\alpha \perp \beta, \gamma \perp \beta, \alpha \perp \gamma$,则: $l \perp \beta$!

成果3:已知三个平面两两垂直,则三条交线也

两两垂直!

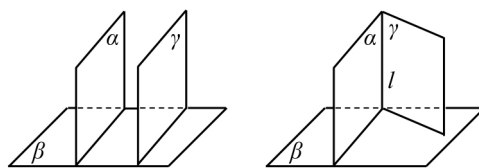


图 16!!!!!! 图 17

&! 教学反思

&!+! 注重培养团队协作,提升合作能力

“群体动力”理论认为:在一个合作性的集体中,具有不同智慧水平、不同知识结构、不同思维方式的成员聚集在一起,相互依赖,建立“利益共同体”并成为其中一员,可用集体的力量共同完成学习任务,并形成一密不可分的整体,相互启发,相互补充,在思维的碰撞中产生新的认识!发现学习注重团队协作、注重探究、注重学生的感知与操作,是主动认识、主动发现的过程,是将学生已有的知识和经验结合起来,类比研究的方法与历程,自主提出问题、解决问题!

&!&! 注重训练直觉思维,培养直观想象

直觉思维的结果属于合情推理,所得结果未必正确,但可以充分调动学生的积极性,使其认真思考,经过反复的推理和归纳,去验证猜想的合理性和正确性,在创造性思维的关键阶段起到重要的作用,为逻辑推理提供研究的方向,也为直觉思维转化为逻辑思维提供有力前提!徐利治教授曾指出:“数学的直觉是可以后天培养的,是可以通过训练提高的!”因此,在引导学生进行发现学习时,教师可以根据教学内容的不同,设置合适的情境来培养学生的直觉思维,肯定学生的灵感和猜想,及时给予鼓励,因势利导,解除疑惑,使学生通过自己的直觉获取成功的喜悦!

&!+! 注重妙用错误财富,促进动态生成

华罗庚说过:“天下只有哑巴没有说错过话;天下只有白痴没有想错过问题;天下没有数学家没算错过题的!”本节课是在平面与平面垂直条件下研究性质,教师预设了发现学习中可能出现的错误,并思考相应的策略,巧妙利用错误财富,合理地进行引导,让学生经过质疑、思考的认知冲突,促进课堂的动态生成!整个教学过程是开放的,需要不断调整,生成目标!在本节课的成果展示中,小组2第2位学生的证明过程不严谨,小组3第2位学生的猜想错误,这都与教师的预设不谋而合!

参考文献

[1] 喻平.数学核心素养评价的一个框架[J].数学教育学报,2017,26(2):19-23.